

# Hvad er faglig læsning i matematik?



**Af lektor og lærebogsforfatter Bent Lindhardt,  
Læreruddannelsen Campus Roskilde**

Med vores nye lov kom det til at stå officielt. Eleverne skal også kunne læse i matematik – læse tekster med matematikfaglige udtryk som der fx står i trinmålene efter 6. klasse i Fælles Mål 2009.

Det er ikke fordi vi matematiklærere ikke har diskuteret det tidligere, men presset på en mere systematisk tilgang synes stærkere end nogen sinde – hvilket jeg hilser velkommen, men også har visse bekymringer omkring.

Og hvem er så jeg? I mit snart lange arbejdsliv har jeg på forskellige leder arbejdet med faglig læsning. Det har været som matematikredaktør og forfatter af lærebøger i mange år, som matematiklærer i folkeskolen i mange år, som læreruddanner i en del år, som pædagogisk konsulent ved rådgivning om materialer på de hedengangne amtscentraler i mange år og i de sidste år som regionalleder af NAVIMAT. Derudover har jeg færdedes en del i de debatterende fagdidaktiske miljøer.

Det påkaldte således min nysgerrighed at faglig læsning inden for de seneste år fik så stærk en opblomstring. Jeg satte mig for at gå ind i hvad der var forsket i og hvad der blev sagt i sprogvidenskabens holdt op imod praksis og fagdidaktisk viden i matematik. Nysgerrigheden var måske båret af en undren over at det typisk var folk inden for læsepædagogik og sprogvidenskabelige forskere som udtalte sig om læsning i matematik – og for få matematikdidaktikere og matematiklærere.

Elisabeth Arnbak, DPU, skriver i sin bog om emnet at faglig læsning er '**tilegnelse af viden ved læsning af tekst.**' (Forfatterens egne fremhævede ord).

Hun fremhæver selv de tre ord *tilegnelse*, *viden* og *læsning* hvilket i denne sammenhæng umiddelbart kunne give anledning til diskussion. En diskussion mellem to vidensmiljøer: det matematikdidaktiske hvor vi ved meget om det at tilegne sig viden i matematik og det læsepædagogiske hvor man ved

meget om læseprocesser. Der er således tale om at bygge en form for vidensbro – en tværfaglig indsigt i et fælles ærinde – at forøge læringen i matematik gennem læsning. Jeg tror imidlertid at disse to vidensmiljøer ikke nødvendigvis er i harmoni og fase med hinanden. Det er mit postulat at vi ikke endnu har bygget denne vidensbro – at læsefolket udtaler sig om læring i faget som ikke er i god nok overensstemmelse med hvor matematikundervisningen er i dag, og matematikdidaktikere udtaler sig om læsning uden at have den fornødne indsigt i læseprocesser. Jeg kan bl.a. være usikker på om vi overhovedet har en fælles terminologi på dette område. Hvordan bruger vi fx begrebet strategi når der tales om læsestrategier og regnestrategier – mener vi det samme? I en ældre reklame for et mobilselskab blev sloganet 'Samtale fremmer forståelsen' lanceret. (Det indeholdt mere visdom end de måske selv var klar over.) Derfor denne opfordring til en tværfaglig debat. Dette er således et forsøg på at invitere til dialog – at være med til at lægge et par sten til at bygge en bro – så vi har større sikkerhed for at faget matematik får en læringsmæssig merværdi ud af læsning i matematik.

## At læse en matematiktekst?

Det beskrives typisk i litteraturen at læsning er et resultat af to faktorer – afkodning og forståelse. Står der fx i en opgave: 'Konstruer en retvinklet trekant, hvor en af vinklerne er 30 grader', kan man konstatere at sætningen indeholder en række ord som vil kunne læses og læses op. De vil kunne udtales og afkodes, men ikke nødvendigvis med læseforståelse til følge. En oplevelse man formentlig kender til når man har læst en historie op for eleverne, men egentlig ikke 'fulgt med i teksten', og derved kan man konstatere at man ikke kan genfortælle indholdet.

Forståelse kræver noget andet: at man involverer sig, sætter det læste i relation til tidligere erfaringer og erkendelser, at man undrer sig osv. Man forsøger at give teksten mening i et mødested mellem læseren og teksten.

Professor Mogens Jansen omtaler ikke to, men tre niveauer i en læseproces: at læse PÅ linjen, at læse MELLEM linjerne og at læse BAG linjerne. At læse på linjen er selve afkodningen. At læse mellem linjerne er at indholdslæse – det vil sige man sætter tanker i gang så man 'indser' det læste i relation til egne erfaringer, man forstår meningen. At læse bag linjerne er at sætte det læste i perspektiv, at forholde sig til det læste fx kritisk vurderende og analyserende, sammenlignende osv.

I matematik er der flere dimensioner ud over de nævnte. Tekst kan være symboler og figurer der skal læses. På mange måder er der tale om et nyt og fremmed sprog. Vi skal således alle fra starten være flersprogede i faget matematik.

Magnus Österholm har i en ph.d.-afhandling i Sverige beskæftiget sig med dette. Han undersøgte gymnasie-studerendes og universitetsstuderendes læsestrategier og forståelsesniveauer i tre typer af

tekster. Alle fik den samme historietekst, men den ene halvdel fik en matematiktekst uden symboler, og den anden halvdel fik en tekst med symboler (matematikteksten omhandlede samme emne). Læseforståelsen for historieteksten og matematikteksten uden symboler var i stor overensstemmelse med hinanden – de gode læsere i den ene tekst var også gode læsere i den anden tekst og omvendt. Denne kobling fandtes ikke mellem historieteksten og teksten med symboler – en god læser i den ene tekst var ikke nødvendigvis en god læser i den anden tekst.

Derudover var læseforståelsen for matematikteksterne uden symboler større end for matematikteksterne med symboler. Som det sidste kunne han også konstatere at dette forhold IKKE ændrede sig fra gymnasie-studerende til matematikstuderende på universitetsniveau.

Der er selvfølgelig grænser for hvor mange symboler eleverne i folkeskolen får i spil, men det antyder at der i matematiklæsning er nogle grænser, nogle repræsentationsformer af begreber som forøger sværhedsgraden betydeligt.

Franskmanden Raymond Duval har forsøgt at overskue disse grænser og introducerer fænomenet registre.

Multifunktionelle registre er udtryksformer hvor der er flere måder at angive den matematiske viden på.

Monofunktionelle registre er udtryksformer hvor der er en defineret måde at angive matematisk viden på.

Duval beskriver derudover to typer af processer (transformationer). Det er bearbejdning (treatments) og omdannelse (conversion).

**Bearbejdning** beskriver de



	SPROGLIGE REGISTRE	VISUELLE REGISTRE
Multifunktionel Processer som ikke har en fast forskrift/algoritme	Matematisk beskrivelse, analyse og tolkning holdt i hverdagsprog/fagsprog	Tegninger/ikoner Geometriske figurer
Monofunktionel Processer som har en fast forskrift/algoritme	Matematik beskrevet, analyseret og tolket i symbolsprog (Formler, beviser, beregninger)	Grafer og diagrammer

arbejdsprocesser som sker inden for et register, fx at man bearbejder det monofunktionelle udtryk  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$  til  $0,5 + 0,75$ . Man arbejder så at sige inden for det samme felt i skemaet.

**Omdannelse** beskriver de arbejdsprocesser der sker når man bevæger sig fra et felt til et andet felt i skemaet, fx når man skal fremstille en sproglig udgave af ligningen  $2x + y = 0$ .

En af hans pointer er at omdannelse er en af hjørnestenene i at det er svært at læse matematik, og det at læse matematik er noget andet end at læse fx geografi. Han er endda så langt at en *omdannelse* ikke kun er en ny ikklædning, men at det emne man arbejder med, kan ændre karakter. Sværhedsgraden er også afhængig af den retning omdannelsen har. At genkende, synliggøre og erkende disse processer kan derfor være centralt for at hjælpe eleverne i deres faglige læsning.

Med denne ekstra kompleksitet i erindringen vender vi tilbage til 'den almindelige skrevne tekst', som vi finder den i fagbøger.

### Fagord eller hverdagsord – en svær balance

Når Matias står i en rollespilsbutik og bestiller 4-sidede terninger, får han sikkert, hvad han bestiller. Både Matias og ekspedienten har et samstemmende billede af hvad der tales om. Det indeholder dog kimen til en del matematiske misopfattelser idet en 4-sidet terning ikke har sider, men flader, og ordet terning bliver sædvanligvis brugt om en 6-sidet kube. Spilleterningen er dog ikke en kube, men et tetraeder. Jeg tvivler dog på om han havde fået hvad han havde ønsket sig hvis han fx havde sagt et '4-fladet tetraeder'.

Hvis vi som matematiklærer således forfiner vores sprog til mere matematisk korrekte termer, vil det mere præcist udtrykke hvad der tales om. Problemet er blot at vi derved distancerer os fra eleverne og i værste fald taber deres lydhørhed og involvering. De forstår ikke hvad vi siger. Det er derfor et pædagogisk vanskeligt valg hvornår og hvordan vi bruger fagord i stedet for hverdagsord – en balance som det er svært at skrive forskrifter for. Det centrale er her en opmærksomhed på at de mentale billeder der bundfælder sig hos eleverne, ikke er for misvisende. Det er til at leve med at man i indskolingen refererer til 'den aflange' og 'den pæne' firkant for henholdsvis et rektangel og et kvadrat hvis eleverne forstår de egenskaber der er knyttet til figurerne, men i længden vil en større faglig præcision gavne kommunikationen. Vi er imidlertid nødt til at have kontakt med eleverne for at få accept – at være i

øjnehøjde med eleverne – og derfra tale dem op til en nuance og et sprogbrug som er matematisk koncist nok. Det stiller krav til at læreren belægger sine ord så eleverne kan lære ud af samtalen hvad ordene betyder.

I en 2. klasse hvor jeg var på besøg og bad dem forklare ordet parallel, fik jeg bl.a. svaret "Parallel er det min far siger min mor ikke kan" – det havde jeg ikke lige forventet, og det eksemplificerer at billeddannelser knyttet til såvel det talte sprog som det skrevne sprog har uransagelige veje. Det kan være et problem i vores lidt ordfattige land at ord kan have mange meninger, så eleven skal være skarp på hvilken kontekst det anvendes i. Ordet 'stor' er et eksempel. Man kan fx være et stort menneske, og det kan betyde flere ting. Stor kan beskrive forskellige størrelser som højde, volumen eller areal. Det kan vedrøre menneskelige egenskaber som stor kærlighed eller stor frustration. Der kan tales om en stor begivenhed, en stor dag. Mulighederne er mange.



Løsningen er ikke at lære ordene hver for sig i leksikalsk forstand som "hvad er et rektangel?" med svaret "Et rektangel er en firkant som ...". Det kan lede tanken hen på udenadslære i stil med det nogen af os fra dengang blev udsat for af remser som "kvadratet på en toleddet størrelse er kvadratet på det første led, kvadratet på det andet led og det dobbelte produkt af begge led". Ordene blev sagt, men forståelsen udeblev som regel. Det blev til ren papegøjematematik. Meningen er at disse fagord skal indgå i en kontekst der giver mening for den enkelte elev, at de skal høre, læse og tale om de mange repræsentationsformer ordene kan sættes i.

Ved et besøg i England for et par år siden bemærkede jeg at der i mange af de yngre klasser var et synligt vokabularium, en ordbogsliste med de vigtigste fagord. I vejledningerne til de enkelte faglige emner var de vigtigste fagord fremhævet til læreren med anvisninger på hvordan man kunne føre en dialog om dem. En synliggørelse som vi måske kan

gøre bedre i den daglige undervisning i Danmark. Dette fokus på afkodning af ord er et samstemmende ønske fra læsepædagogisk side for at forbedre læseevnen og fra matematikdidaktisk side for at forbedre læringen.

## Det er ikke kun fagordene som volder vanskeligheder

Lektor, lic.pæd. Jørgen Gimbel, DLH (nu DPU), skriver i Sprogforum 1995: 'Nyere undersøgelser viser således, at kendskab til 95 % af ordforrådet i en tekst er en forudsætning for, at man kan læse den med rimelig hastighed og forståelse.' Hvis det er rigtigt, er det tankevækkende få 'mærkelige og ukendte' ord, som bremser og besværliggør afkodningen af teksten. En svensk undersøgelse påviser at eleverne i de yngste klasser udsættes for ord som ligger et-to år foran deres læseniveau i forhold til det matematiske indhold – altså en antydning af at det ikke er matematikken som er svær, men afkodningen og forståelsen af fx opgaveteksten.

I et interessant pilotforsøg om tosprogede af Jørgen Gimpel, Køge 1995, undersøgte han forståelsen af ikke-fagord eller færdige ord. I forskellige naturfagstekster blev ordene inddelt i tre grupper:

- De ord som kun optrådte en gang
- De ord som optrådte meget hyppigt
- De ord som var der flere gange

De første to grupper af ord blev fjernet og tilbage var 90 ord som blev vurderet af faglærere der udvalgte hvilke der var definerede fagord og hvilke der var såkaldte ikke-fagord (eller færdige ord). Den sidste gruppe blev til 50 ord.

Disse ord blev undersøgt for om de var kendte ord i femte klasse for henholdsvis ensprogede danske elever og tosprogede tyrkiske elever. Materialet er lille (2 x 16 elever), men det antyder en problemstilling som er værd at fremhæve for om muligt at blive undersøgt nærmere. De tosprogede klarede sig markant dårligere end alle de dansksprogede elever. Kunne det tænkes at her er et problem – kunne det tænkes at svage elever oplever det samme? Kan der være nogen socialt betingede slagsider i brugen af de færdige ord, ord som lærebogsforfattere

og lærere antager kendt og forstået? Kunne det tænkes at man i fokusering på fagordene glemmer vanskelighederne med de færdige ord?

Vi kender det fx fra:

- Bydeformer når vi igangsætter en opgave: Marker ... (at markere noget er ualmindeligt) Angiv ... (kan sættes i kontekst med at angive nogen...) Vis at ...
- Mængdeforhold: det mystiske "af noget", "i forhold til", "to gange større end", "mere end",
- Relative størrelser: "længere", "tungere", "hurtigere" osv.
- Ræsonnementsvendinger: "både... og", "enten... eller", "hvis... så", "da...", "fordi..."
- Beskrivelser af handlinger: "linjerne skærer", "punkterne mødes", "nedfælde den"
- Position og retning: "ved siden af", "hen mod"

## Når ordene bliver til tekst

Ruth Mulvad fra NAVILÆS, Det nationale videncenter for læsning, deler i bogen 'Sprog i skole' fagteksterne op i fem såkaldte tekstaktiviteter. Det gør hun på baggrund af en sprogteori som benævnes SFL – systemisk funktionel lingvistik.

- En **beretning** indeholder ofte et forløb kronologisk. Der indgår et "hvem, hvor og hvornår". Det beskriver noget som **er** sket. Forekommer i dagbogsbeskrivelser, biografier, genfortællinger med mere
- En **instruktion** er det modsatte – noget der skal ske i fremtiden. I udførelsen og produktionen forventes eleven gennem eksemplets kraft at tilegne sig mere generel viden. Forekommer i opskrifter, manualer, spilleregler, rutebeskrivelser osv.
- En **beskrivende informerende** tekst er besvarelse af spørgsmålet "hvad" fx i leksikale sammenhænge, en slags jeopardy-viden
- En **forklarende** tekst besvarer spørgsmålet "hvorfor og hvordan".
- **Argumenterende** tekster tolker og diskuterer. De indeholder standpunkter og begrundelser for disse samt konklusioner. Forekommer i essay, kronikker, læserbreve, debatter.

At kunne læse fagligt er bl.a. evnen til at læse disse



forskellige typer af fagtekster. Det er desuden konstateret at der er en sammenhæng mellem indsigt og fortrolighed med tekstgenre og læsefærdighed. Vi vil i denne artikel se på hvordan disse teksttyper fremtræder og kunne fremtræde i centrale læremidler i matematik. Jeg har valgt:

- Den autentiske tekst
- Lærebogen

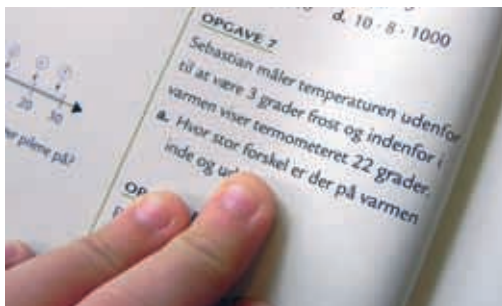
Den autentiske tekst er forskellige tekster som optræder i elevens hverdag. Det kan være udfyldnings-skemaer, skemaer, diagrammer, artikler m.m. (Det skriver jeg mere om i næste artikel.)

Lærebogen opfattes almindeligvis som en central del af matematikundervisningen i de fleste klasser (til trods for at vi ikke ved det). Det at kunne læse sin matematikbog er således væsentligt for at lære noget matematik.

### Om at læse i sin lærebog

Indledningsvis skal nævnes en særlig bemærkning til overgangen fra 3. til 4. klasse. Til forskel fra flere andre fag er der tale om et markant skifte i lærebogens karakter på 4. årgang. Grundet traditioner som fortaber sig i fortiden, har man valgt at eleverne typisk arbejder med en flergangsbog fra 4. klassetrin. I kombination med at stoffet øges væsentligt i abstraktionsgrad fx ved at talsystemet udvides fra de naturlige tal til de rationale tal og at eleverne forventes at mestre øget læsestof, flere tekstopgaver og mere selvstændig opgaveløsning, fx ved brug af kladdehæfte, kan der opstå situationer hvor visse elever står af. Det skal derfor anbefales at hvis der skal ske øget struktureret indsats i faglig læsning, så bør man på skolen etablere en praksis der smidiggør denne problematiske overgang.

Hvis genrekendskab kan være læsebefordrende, tror jeg der er en mission i at bruge mere tid til at forstå sin matematikbog. De fleste bøger har indbygget en fast struktur for bogen, for opslaget og for den skrevne/tegnede tekst.



I forbindelse med at man i læsepædagogisk sammenhæng taler om at læse på forskellig måde, optræder udtrykkene: oversigtslæsning, punktlæsning og nærlæsning.

*Oversigtslæsning* kunne omsættes til indsigt i den samlede lærebog – et overblik over hele bogen. Det kalder på indledende øvelser i starten af året hvor man som elev får chancen for at undersøge bogen med hensyn til kapitler, overskrifter, registre, opbygningen af kapitlerne, særlige koder, mærker, ikoner osv. Tanken er at skabe en fortrolighed og en forudsigelighed når matematikbogen er i brug. *Punktlæsning* kunne svare til øvelser og indsigt i en læsesti/en læsevej på det opslag eleverne har i fokus i den enkelte lektion. Som omtalt tidligere er læsestien oftest knyttet til hele opgavestrukturen i bogen. Man skal således få øje på hvor opgaverne er, hvor de begynder og hvor de slutter, hvilke informationer der er knyttet til de enkelte opgaver fx ved diagrammer, tegninger eller faktabokse, om tegningerne på siden typisk indeholder informationer eller blot skal være motiverende. I tråd med dette kan man læse i den norske bog: 'De mangfoldige realtekster' ... *at matematiske tekster er tekster med svært høj grad af multimodalitet. ... Det gør, at et opslag i en lærebok i matematikk fremstår som en kompleks enhed, der mange forskellige menings-skapende resurser er med til at skabe den helhetlige mening.*

*Nærlæsning* kunne svare til indholdslæsning af den enkelte opgave, altså det mange matematiklærere har sukket efter i mange år: "Hvis de bare havde læst opgaven ordentligt." Meget mere herom i næste artikel.

### Lærebogen er en opgavebog

Jeg har forsøgt at undersøge hvad lærebogen i matematik er for en bog. Jeg har udvalgt fire forskellige lærebøger. (Det bør for sanddruelighedens skyld bemærkes at jeg selv er medforfatter til KonteXt). Jeg skelner i undersøgelsen mellem opgaven som tekst og så de fem tidligere omtalte tekstaktiviteter. Det viser sig derudover meget vanskeligt at skelne mellem informerende tekster og forklarende tekster, så de er slået sammen.

Skemaet øverst på næste side viser en arealberegning af hvor meget opgaverne og tekstaktiviteterne dækker i lærebøger i sjette klasse med udgangspunkt i kapitler om procent og decimaltal. Målingen skal selvfølgelig tages med et gran salt. Men der er dog visse indikatorer som jeg mener, vil stå tilbage uafhængig af undersøgelsesmetodikken.

Forskellen i procent skyldes bl.a. at KonteXt vælger



	Beretter*	Instruerer	Informerer/ forklarer	Argumenterer	OPGAVER
KonteXt	15 %	5 %	15 %	Under 1 %	65 %
Matematrix	1 %	Under 1 %	20 %	Under 1 %	78 %
Faktor	2 %	Under 1 %	21 %	Under 1 %	77 %
Matematiktak	Under 1 %	1 %	10-12 %	Under 1 %	86-88 %

at lægge beretningen før opgaven og ikke i opgaverne som de andre systemet gør.

Resultatet blev i al forsigtighed at en matematiklærebog primært er en opgavebog. Omkring 80 % er ren opgaverelateret tekst. En del af de forklarende og informerende tekster er derudover også hjælpeinformationer direkte relateret til den enkelte opgave, hints, som skal gøre det nemmere at gennemføre en løsning af opgaven.

Konsekvensen af ovenstående er således at de fleste af de tidligere omtalte fagtekster enten slet ikke forekommer eller forekommer i særlig udgave. Det betyder at foreskrevne læsepædagogiske øvelser knyttet til disse fagtekster ikke giver mening. Her brydes de metodiske traditioner i faget og læsepædagogernes ønske om at give os 'aktiviteter til at læse fagteksterne med'. I matematik handler det mere om at problemløse – at løse opgaver – at eksperimentere – at 'løse' os til viden frem for at 'læse' os til viden. Det store omfang af abstraktioner som er fagets kerne, kræver en handlingsorienteret virksomhed for at forstå hvordan abstraktionerne fungerer og for at erkende strukturer og mønstre osv. Man skal i højere grad arbejde med begrebet areal/rumfang end læse om begrebet areal/rumfang. Sammenligner vi matematikbogen med naturfaglige bøger er billedet anderledes. Her er mange genre-faste eksempler. I disse fag har man en grundbog som er spækket med 'rigtige' fagtekster, det har man typisk ikke i matematik. Lidt karikeret ville det svare til at man i biologi kun havde øvelsesbogen, men undlod grundbogen.



I det omfang fagteksterne optræder, er dette i en særlig udformning og typisk rettet mod opgaven.

- De berettende tekster forekommer kun i halvfabrikata: De indgår som indgangen til en tekstopgave forstået sådan at det er eleven som skriver beretningen færdig ved at løse opgaven. I nogle tilfælde sker det ved selv at skrive hele beretningen fx en regnehistorie
- De instruerende tekster indgår – når de optræder – typisk i aktiviteter/værkstedstegnede momenter. Her er umiddelbart sket en ændring gennem de sidste 30 år. Tidligere havde man mange forskrifter for hvordan man skulle regne, konstruere, aflæse, men i dag er dette neddrolet grundet ønsket om at lade elevernes egentænkning danne grundlaget for undervisningen frem for lærebogen
- De informerende/forklarende og i meget få tilfælde argumenterende tekster glider ind i hinanden i meget ordknappe præsentationer. Disse er således typisk af mere leksikalsk karakter og derfor læsemæssigt mest at tænke på som 'der, hvor man slår sin viden efter'. Der er tale om definitioner, navnestof og sætninger som ikke direkte appellerer til fortløbende læsning – men som sagt mere til opslag
- Ikke-sammenhængende tekster (eller hvad de hedder) er tegninger, skemaer, diagrammer, grafer m.m., en kommunikationsform som fylder mere og mere gennem lærebøgerne hvis man sammenligner gennem de sidste 50 år. Grundet teknologien er det blevet billigere og enklere at forklare en faglig sammenhæng ved brug af grafiske udtryk frem for tekst. Det skal vi se mere på i næste artikel.

Min afsluttende påstand er således at lærebogen i matematik er en (naturlig) særlig slags lærebog, at faglig læsning i matematik i højere grad handler om at læse og løse opgaver. Det kunne kalde på behovet for at vi finder en parallel til tekstgenrerne som man kunne kalde opgavegenre.

I næste artikel forsøger jeg – ud over det lovede – at argumentere for at der findes 8 opgavegenrer som hver især kræver forskellige læse- og løsningsstrategier hvad det så end betyder.